

测试题

1. 设 $n \geq 1$. a_0, a_1, \dots, a_{n-1} 是 n 个复数, 定义 n 阶循环复方阵

$$A = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-2} \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_0 & \cdots & a_{n-3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_0 \end{pmatrix}.$$

求 A 的特征值.

2. 设 $f \in C^\infty(\mathbb{R}^3)$ 是 \mathbb{R}^3 上的光滑函数. $\{\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \vec{v} = (v_1, v_2, v_3), \vec{w} = (w_1, w_2, w_3)\}$ 是 \mathbb{R}^3 中线性无关向量组, $r, s \in \mathbb{R}$. f 在 $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ 上的方向导数满足,

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \vec{u}} = r f \\ \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = s f \\ \frac{\partial f}{\partial \vec{w}} = 0 \end{cases}.$$

求解 f .